

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Одобрено УМС ИАТЭ НИЯУ МИФИ,
Протокол №2-8/2021 От 30.08.2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

название дисциплины

для студентов направления подготовки

09.03.01 - Информатика и вычислительная техника

код и наименование направления подготовки

Профиль «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети»

код и наименование профиля

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2021 г.

Программа составлена в соответствии с образовательного стандарта высшего образования национального исследовательского ядерного университета «МИФИ» по направлению подготовки 09.03.01 – Информационные системы и технологии (уровень бакалавриата).

Программу составил:


_____ А.А. Шутов, профессор, д.ф.-м.н.

Рецензент:

_____ Д.А. Камаев, профессор, д.т.н.

Программа рассмотрена на заседании отделения интеллектуальных кибернетических систем (ОИКС) ИАТЭ НИЯУ МИФИ (протокол № 5/7 от «30» июля 2021 г.)

Руководитель образовательной программы
09.03.01 Информатика и вычислительная техника

 С.О. Старков
«30» июля 2021 г.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения ООП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Коды компетенций	Результаты освоения ООП Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ПК-3	Способен разрабатывать модели и компоненты аппаратно-программных комплексов и баз данных, используя современные инструментальные средства и технологии	Знать: основные приемы постановки приближенных задач; Уметь: ставить приближенные задачи и пользоваться аналитическими методами обоснования приближенных постановок Владеть: навыками вычислительной работы

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.

Дисциплина реализуется в рамках вариативной части.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения следующих дисциплин: математический анализ, алгебра и геометрия, дискретная математика, информатика.

Дисциплина изучается на 2 курсе в 4 семестре.

3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Вид работы	Количество часов на вид работы:
Контактная работа обучающихся с преподавателем	
Аудиторные занятия (всего)	68
В том числе:	
лекции	34
практические занятия (практические занятия в интерактивной форме)	34 (16)
лабораторные занятия	-
Промежуточная аттестация	
В том числе:	
зачет	-
экзамен	54
Самостоятельная работа обучающихся	
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	22
В том числе:	
выполнение домашних заданий	15
подготовка к контрольным работам (в течение семестра)	7
Всего (часы):	144
Всего (зачетные единицы):	4

4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	Виды учебной работы в часах (вносятся данные по реализуемым формам)				
		Очная форма обучения				
		Лек	Пр	Лаб	Внеауд	СРО
1.	Раздел 1. Приближенные вычисления. Интерполяция					
1.1.	Тема: Сведения из теории чисел. Вычисление значений функций	2	4			2
1.2.	Тема: Интерполяция функций. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона.	6	4			3
1.3.	Тема: Интерполяция сплайнами	2	2			2
2.	Раздел 2. Приближенное дифференцирование и интегрирование					
2.1.	Тема: Приближенное дифференцирование	4	4			2
2.2.	Тема: Приближенное интегрирование	4	6			2
3.	Раздел 3. Решение нелинейных уравнений и систем уравнений. Задача Коши (краевая задача) для ОДУ. Задачи линейной алгебры. Задача поиска минимума функции					
3.1.	Тема: Методы нахождения корней нелинейного уравнения	4	4			3
3.2.	Тема: Численное решение задачи Коши ОДУ-1	4	4			2
3.3.	Тема: Численное решение систем уравнений	4	4			2
3.4.	Тема: Численное решение краевых задач	2	2			2
3.5.	Тема: Задача поиска минимума функции. Аппроксимация функций	2	-			2
	Итого за 4 семестр:	34	34			22

Прим.: Лек – лекции, Пр – практические занятия / семинары, Лаб – лабораторные занятия, Внеауд – внеаудиторная работа, СРО – самостоятельная работа обучающихся

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

Лекционный курс

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	Раздел 1. Приближенные вычисления. Интерполяция	
1.1.	Тема: Сведения из теории чисел. Вычисление значений функций	Числа, представление чисел, системы счисления, представление чисел. Рациональные и иррациональные числа. Понятие о приближенных вычислениях, представление чисел в компьютерах. Округление, ошибки, оценка погрешности вычислений, накопление ошибок. Операции, реализуемые на компьютерах. Вычисление значений функций с помощью рядов и итерационным методом.
1.2.	Тема: Интерполяция функций. Интерполяционные многочлены Лагранжа и	Понятие близости функций. Норма в пространстве непрерывных функций. Задача аппроксимации. Понятие сетки, сеточной функции. Интерполяция функций. Постановка задачи об интерполяции. Интерполяция

	Ньютона.	многочленами. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона. Погрешность интерполяции. Обратная интерполяция. Компьютерная реализация интерполяции многочленами. Сходимость интерполяционных многочленов к интерполируемой аналитической функции. Примеры отсутствия сходимости интерполяционных многочленов. Оптимальное расположение узлов интерполяции. Многочлены Чебышева. Задача о многочлене, наименее уклоняющемся от нуля.
1.3.	Тема: Интерполяция сплайнами	Сплайны. Простейшие сплайны. Построение сплайна. Механическая интерпретация кубического сплайна. Оптимальность кубического сплайна. Погрешность аппроксимации.
2.	Раздел 2. Приближенное дифференцирование и интегрирование	
2.1.	Тема: Приближенное дифференцирование	Дифференцирование, основанное на интерполяционных формулах. Погрешность вычисления производной. Формулы для приближения первой и второй производных на заданной сетке. Метод неопределенных коэффициентов Лагранжа. Порядок аппроксимации производных на сетке. Его зависимость от класса гладкости функций.
2.2.	Тема: Приближенное интегрирование	Использование интерполяции для вычисления определенного интеграла. Простейшие формулы численного интегрирования. Формулы (составные) прямоугольников, трапеций, Симпсона. Их погрешность в зависимости от класса гладкости приближаемой функции. Вычисление интеграла с автоматическим выбором шага. Правило Рунге. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) для приближенного интегрирования. Оценка погрешности.
3.	Раздел 3. Решение нелинейных уравнений и систем уравнений. Задача Коши (краевая задача) для ОДУ. Задачи линейной алгебры. Задача поиска минимума функции	
3.1.	Тема: Методы нахождения корней нелинейного уравнения	Метод деления отрезка пополам. Итерационные методы (метод итераций, метод Ньютона). Их погрешность.
3.2.	Тема: Численное решение задачи Коши ОДУ-1	Примеры отсутствия явных формул для решений дифференциальных уравнений в элементарных функциях. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения 1-го порядка (ОДУ-1). Соответствующая разностная схема Эйлера. Порядок аппроксимации разностной схемы Эйлера. Понятие о сходимости схемы. Обоснование сходимости разностной схемы Эйлера. Схемы второго порядка точности. Метод Рунге-Кутты.
3.3.	Тема: Численное решение систем уравнений	Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений. Модификация с выбором главного элемента. Метод Халецкого, достаточное условие существования единственного решения системы линейных алгебраических уравнений. Вычисление детерминантов и обратных матриц. Метод простой итерации решения системы линейных уравнений. Условие сходимости. Метод итераций решения систем нелинейных уравнений. Метод Зейделя. Метод Ньютона.
3.4.	Тема: Численное решение краевых задач	Краевая задача для обыкновенного дифференциального (ОДУ) уравнения 2-го порядка. Разностная схема для ОДУ

		2-го порядка. Соответствующая система уравнений. Метод прогонки. Специфика линейных алгебраических систем для разностных схем. Применение в случае метода прогонки для ОДУ 2-го порядка. Условия на коэффициенты ОДУ.
3.5.	Тема: Задача поиска минимума функции. Аппроксимация функций	Постановка задачи нахождения минимума функции одной переменной. Метод золотого сечения. Метод парабол. Постановка задачи аппроксимации функций. Функция наилучшего приближения. Среднеквадратичное приближение. Метод наименьших квадратов.

Практические/семинарские занятия

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	Раздел 1. Приближенные вычисления. Интерполяция	
1.1.	Тема: Сведения из теории чисел. Вычисление значений функций	Абсолютные и относительные погрешности операций с числами. Правила округления. Вычисление значений функций с помощью рядов и итерационным методом.
1.2.	Тема: Интерполяция функций. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона.	Составление интерполяционных таблиц функций. Погрешность интерполяции.
1.3.	Тема: Интерполяция сплайнами	Построение простейших сплайнов.
2.	Раздел 2. Приближенное дифференцирование и интегрирование	
2.1.	Тема: Приближенное дифференцирование	Формулы численного дифференцирования и их погрешности. Выбор оптимального шага дифференцирования.
2.2.	Тема: Приближенное интегрирование	Вычисление определенных интегралов на заданной сетке. Выбор оптимального шага интегрирования по оценке остаточного члена. Выбор оптимального шага в процедуре двойного пересчета.
3.	Раздел 3. Решение нелинейных уравнений и систем уравнений. Задача Коши (краевая задача) для ОДУ. Задачи линейной алгебры. Задача поиска минимума функции	
3.1.	Тема: Методы нахождения корней нелинейного уравнения	Решение алгебраических и трансцендентных уравнений итерационными методами.
3.2.	Тема: Численное решение задачи Коши ОДУ-1	Решение задачи Коши ОДУ 1-го порядка методом Эйлера. Метод Рунге-Кутты решения задачи Коши.
3.3.	Тема: Численное решение систем уравнений	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Вычисление детерминантов и обратных матриц.
3.4.	Тема: Численное решение краевых задач	Решение краевых задач для ОДУ 2-го порядка. Метод прогонки.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень оценочных средств:

Вид контроля	Наименование оценочного средства (способ оценки: устно/ письменно)
КР	Контрольная работа (письменно)
КТ	Контроль по итогам выполнения части заданий (интегральная оценка без проведения дополнительного контроля)
	Бонусы (премиальные баллы)
Экзамен	Экзаменационный билет.

6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка	Наименование оценочного средства
Текущий контроль, 4 семестр			
1.	Раздел 1. Приближенные вычисления. Интерполяция	ПК-3	1. Контрольная работа №1
2.	Раздел 2. Приближенное дифференцирование и интегрирование	ПК-3	2. Контрольная работа №2 Контрольная точка КТ№1
	Раздел 3. Решение нелинейных уравнений и систем уравнений. Задача Коши (краевая задача) для ОДУ. Задачи линейной алгебры. Задача поиска минимума функции	ПК-3	3. Контрольная работа №3 Контрольная точка КТ№2
Промежуточный контроль, 4 семестр			
	Экзамен	ПК-3	Экзаменационный билет
Всего:			

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

6.2.1. Экзамен

Вопросы к экзамену по дисциплине «Вычислительная математика»

1. Числа, представление чисел, рациональные и иррациональные числа, округление
2. Числа рациональные и иррациональные, представление чисел в компьютере, ошибки округления
3. Постановка задачи об интерполяции функций. Интерполяция многочленами
4. Интерполяционный многочлен Лагранжа
5. Погрешность интерполяции

6. Интерполяционный многочлен Ньютона
7. Многочлены Чебышева Рекуррентная формула
8. Норма в пространстве непрерывных функций. Многочлены наименее уклоняющиеся от нуля
9. Оптимальное расположение узлов интерполяции.
10. Построение сплайна, простейшие сплайны.
11. Квадратичный сплайн.
12. Приближенное дифференцирование
13. Формулы для приближения производных
14. Порядок аппроксимации производных на сетке
15. Формулы численного интегрирования
16. Численное интегрирование (методы прямоугольников)
17. Численное интегрирование (метод трапеций)
18. Вычисление интеграла с автоматическим выбором шага. Правило Рунге
19. Метод Монте-Карло. Оценка погрешности
20. Метод деления отрезка пополам отыскания корня уравнения
21. Метод итераций отыскания корня уравнения
22. Метод Ньютона отыскания корня уравнения
23. Численное решение ОДУ 1 порядка. Схема Эйлера
24. Сходимость схемы Эйлера
25. Порядок аппроксимации и сходимость разностной схемы. Порядок аппроксимации разностной схемы Эйлера
26. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений
27. Метод Гаусса с выбором главного элемента
28. Метод Халецкого решения системы линейных уравнений
29. Метод простой итерации решения системы уравнений
30. Метод Зейделя решения системы уравнений
31. Метод Ньютона решения системы нелинейных уравнений
32. Краевая задача для ОДУ 2 порядка и разностная схема для нее
33. Метод прогонки
34. Формулы прямой и обратной прогонки
35. Порядок аппроксимации схемы для ОДУ 2 порядка
36. Метод золотого сечения нахождения минимума функции
37. Метод парабол нахождения минимума функции
38. Среднеквадратичное приближение. Метод наименьших квадратов

Методика оценки результатов сдачи экзамена

На экзамен предлагаются два теоретических вопроса и задача.

Критерии оценки знаний устанавливаются в соответствии с требованиями к профессиональной подготовке, исходя из действующих учебных планов и программ, с учётом характера будущей практической деятельности выпускника.

«ОТЛИЧНО» (35-40 баллов) - студент владеет знаниями предмета в соответствии с рабочей программой, достаточно глубоко осмысливает дисциплину; самостоятельно, в логической последовательности и исчерпывающе отвечает на вопрос билета, четко формулирует ответ и решает задачу билета в полном объеме.

«ХОРОШО» (26-34 баллов) - студент владеет знаниями дисциплины почти в полном объеме программы (имеются пробелы знаний только в некоторых, особенно сложных разделах); самостоятельно и отчасти при наводящих соображениях дает полноценный ответ на вопрос билета; не допускает серьезных ошибок при решении задачи билета.

«УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» (20-25 баллов) - студент владеет основным объемом знаний по дисциплине; проявляет затруднения в самостоятельных ответах, оперирует неточными формулировками; в процессе ответов допускаются ошибки по существу вопросов; способен решать задачу билета не в полном объеме.

«НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» (19 баллов и ниже) - студент не освоил обязательного минимума знаний предмета; не способен ответить на вопрос билета даже при дополнительных наводящих соображениях экзаменатора; не может решить задачу билета.

Итоговая оценка по курсу выставляется в соответствии со следующей таблицей:

Сумма баллов по дисциплине	Оценка по 4-х бальной шкале	Зачет	Оценка (ECTS)	Градации
90 - 100	5 (отлично)	Зачтено	A	Отлично
85 - 89	4 (хорошо)		B	Очень хорошо
75 - 84			C	Хорошо
70 - 74	3 (удовлетворительно)		D	Удовлетворительно
65 - 69			E	Посредственно
60 - 64				
Ниже 60	2 (неудовлетворительно)	Не зачтено	F	Неудовлетворительно

6.2.2. Контрольная работа

В целях приобретения практических навыков и более глубокого освоения предмета «Вычислительная математика» студентам предлагаются следующие варианты контрольных работ. Задание выполняется в письменном виде.

Ниже приводятся примерные варианты контрольных работ.

Примерные варианты контрольной №1

Вариант №1

1. Вычислить абсолютную погрешность функции

$$y(x) = x \cdot \sin x$$

при $x=3.142$. Значение аргумента указано с соответствующим числом правильных знаков.

2. Определить диапазон значений аргументов x , для которых допустимо вычисление тригонометрической функции по приближенной формуле

$$\sin x \approx x$$

с точностью не меньшей, чем $\varepsilon=10^{-4}$.

3. Сколько первых слагаемых ряда (частичная сумма) $S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot 2^n}$

следует просуммировать, чтобы приближенное значение отличалось от суммы ряда не более чем на $\varepsilon=10^{-4}$.

4. Определить наибольшую погрешность линейной интерполяции функции $\sin x$ с шагом 1° .

5. Построить интерполяционный многочлен для функции $f(x)$, заданной таблично:

x_i	0	1	2	3
f_i	1	0	1	4

Вариант №2

1. Вычислить абсолютную погрешность функции

$$y(x) = x \cdot \ln x$$

при $x=1.001$. Значение аргумента указано с соответствующим числом правильных знаков.

2. Определить диапазон значений аргументов x , для которых допустимо вычисление тригонометрической функции по приближенной формуле

$$\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$$

с точностью не меньшей, чем $\varepsilon=10^{-4}$.

3. Пусть имеется разложение функции $f(x)$ в ряд $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x+2^n}$

Сколько первых слагаемых ряда следует просуммировать, чтобы частичная сумма отличалась от суммы ряда при $x=1$ не более чем на $\varepsilon=10^{-4}$.

4. Определить наибольшую погрешность линейной интерполяции функции $\cos x$ с шагом 1° .

5. Построить интерполяционный многочлен для функции $f(x)$, заданной таблично:

x_i	0	1	2	3
f_i	3	2	3	6

Вариант №3

1. Вычислить абсолютную погрешность функции

$$y(x) = x \cdot \cos x$$

при $x=3.142$. Значение аргумента указано с соответствующим числом правильных знаков.

2. Определить диапазон значений аргументов x , для которых допустимо вычисление экспоненциальной функции по приближенной формуле

$$e^x \approx 1 + x$$

с точностью не меньшей, чем $\varepsilon=10^{-4}$.

3. Сколько первых слагаемых ряда (частичная сумма) $S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^n}$

следует просуммировать, чтобы приближенное значение отличалось от суммы ряда не более чем на $\varepsilon=10^{-4}$.

4. Определить наибольшую погрешность линейной интерполяции функции $\ln x$ на промежутке $1 \leq x \leq 10$ с шагом 0.01.

5. Построить интерполяционный многочлен для функции $f(x)$, заданной таблично:

x_i	0	1	2	3
f_i	2	0	0	2

Вариант №4

1. Вычислить абсолютную погрешность функции

$$y(x) = x \cdot e^x$$

при $x=1.001$. Значение аргумента указано с соответствующим числом правильных знаков.

2. Вычислить $\sin 1^\circ$ с точностью $\varepsilon=10^{-4}$.

3. Пусть имеется разложение функции $f(x)$ в ряд $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x^2 + 3^n}$

Сколько первых слагаемых ряда следует просуммировать, чтобы частичная сумма отличалась от суммы ряда при $x=2$ не более чем на $\varepsilon=10^{-4}$.

4. Определить наибольшую погрешность линейной интерполяции функции $\exp x$ на промежутке $1 \leq x \leq 5$ с шагом 0.01.

5. Построить интерполяционный многочлен для функции $f(x)$, заданной таблично:

x_i	0	1	2	3
f_i	-1	0	-1	-4

Вариант №5

1. Вычислить абсолютную погрешность функции

$$y(x) = x^2 \cdot \sin x$$

при $x=3.142$. Значение аргумента указано с соответствующим числом правильных знаков.

2. Определить диапазон значений аргументов x , для которых допустимо вычисление функции по приближенной формуле

$$\frac{\sin x}{x} \approx 1 - \frac{x^2}{6}$$

с точностью не меньшей, чем $\varepsilon=10^{-4}$.

3. Сколько первых слагаемых ряда (частичная сумма) $S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n}$

следует просуммировать, чтобы приближенное значение отличалось от суммы ряда не более чем на $\varepsilon=10^{-4}$.

4. Определить наибольшую погрешность линейной интерполяции функции $\exp(-x)$ на промежутке $1 \leq x \leq 10$ с шагом 0.01.

5. Построить интерполяционный многочлен для функции $f(x)$, заданной таблично:

x_i	0	1	2	3
f_i	-3	-2	-3	-6

Вариант №6

1. Вычислить абсолютную погрешность функции

$$y(x) = x^2 \cdot \ln x$$

при $x=1.001$. Значение аргумента указано с соответствующим числом правильных знаков.

2. Определить диапазон значений аргументов x , для которых допустимо вычисление функции по приближенной формуле

$$x^2 \sin x \approx x^3 - \frac{x^5}{6}$$

с точностью не меньшей, чем $\varepsilon=10^{-4}$.

3. Пусть имеется разложение функции $f(x)$ в ряд $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x + 2^n}$

Сколько первых слагаемых ряда следует просуммировать, чтобы частичная сумма отличалась от суммы ряда при $x=1$ не более чем на $\varepsilon=10^{-4}$.

4. Определить наибольшую погрешность линейной интерполяции функции $x \cdot \exp x$ на промежутке $1 \leq x \leq 5$ с шагом 0.01.

5. Построить интерполяционный многочлен для функции $f(x)$, заданной таблично:

x_i	0	1	2	3
f_i	1	-3	-2	4

Примерные варианты контрольной №2

Вариант №1

1. Определить порядок точности формулы численного дифференцирования

$$f'(x_n + \frac{h}{2}) = \frac{f(x_{n+1}) - f(x_n)}{h}$$

где h – шаг сетки.

2. Определить оптимальный шаг формулы численного дифференцирования

$$f'_1 = \frac{f_2 - f_0}{2h}$$

с четырьмя значащими цифрами для функции $f(x)=1/x$ на промежутке $2 \leq x \leq 3$.

3. Оценить погрешность вычисления интеграла $I = \int_0^1 \frac{dx}{1 + e^x}$

по формуле средних при $n=10$, где n - количество отрезков, на которые разбивается отрезок интегрирования.

4. Сколько слагаемых следует взять в разложении подынтегральной функции, чтобы вычислить интеграл

$$I = \int_0^2 \frac{\sin x}{x} dx$$

с точностью $\varepsilon=10^{-5}$.

Вариант №2

1. Определить порядок точности формулы численного дифференцирования

$$f'(x_n + \frac{h}{4}) = \frac{f(x_{n+1}) - f(x_n)}{h}$$

где h – шаг сетки.

2. Определить оптимальный шаг формулы численного дифференцирования

$$f'_1 = \frac{f_2 - f_0}{2h}$$

с четырьмя значащими цифрами для функции $f(x) = \ln x$ на промежутке $2 \leq x \leq 3$.

3. Оценить погрешность вычисления интеграла $I = \int_1^2 e^{-x^2} dx$

по формуле средних при $n=10$, где n - количество отрезков, на которые разбивается отрезок интегрирования.

4. Сколько слагаемых следует взять в разложении подынтегральной функции, чтобы вычислить интеграл

$$I = \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{x} dx$$

с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.

Вариант №3

1. Определить порядок точности формулы численного дифференцирования

$$f'(x_n + \frac{3h}{4}) = \frac{f(x_{n+1}) - f(x_n)}{h}$$

где h – шаг сетки.

2. Определить оптимальный шаг формулы численного дифференцирования

$$f'_1 = \frac{f_2 - f_0}{2h}$$

с четырьмя значащими цифрами для функции $f(x) = \ln(x+1)$ на промежутке $1 \leq x \leq 3$.

3. Требуется вычислить интеграл $I = \int_{-1}^1 |x| dx$

по формуле средних или трапеций на равномерной сетке. Какой из методов даст меньшую погрешность?

4. Сколько слагаемых следует взять в разложении подынтегральной функции, чтобы вычислить интеграл

$$I = \int_0^1 e^{-x^2} dx$$

с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

5. Построить алгоритм нахождения корня уравнения

$$x = \operatorname{tg} x$$

на промежутке $0 < x < \pi/2$ методом Ньютона.

Вариант №4

1. Определить погрешность формулы численного дифференцирования

$$f'(x_n + \frac{5h}{6}) = \frac{f(x_{n+1}) - f(x_n)}{h}$$

где h – шаг сетки.

2. Определить оптимальный шаг формулы численного дифференцирования

$$f'_1 = \frac{f_2 - f_0}{2h}$$

с четырьмя значащими цифрами для функции $f(x) = 1/x^2$ на промежутке $1 \leq x \leq 3$.

3. Определить шаг равномерной сетки для вычисления интеграла $I = \int_0^1 e^{x^2} dx$

по квадратурной формуле трапеций с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

4. Сколько слагаемых следует взять в разложении подынтегральной функции, чтобы вычислить интеграл

$$I = \int_0^1 \sin x^2 dx$$

с точностью $\varepsilon=10^{-3}$.

Вариант №5

1. Определить погрешность формулы численного дифференцирования

$$f'_{n+1} = \frac{f_{n-1} - 4f_n + 3f_{n+1}}{2h}$$

на равномерной сетке с шагом h .

2. Определить оптимальный шаг формулы численного дифференцирования

$$f'_1 = \frac{f_2 - f_0}{2h}$$

с четырьмя значащими цифрами для функции $f(x) = 1/x^3$ на промежутке $2 \leq x \leq 3$.

3. Определить шаг равномерной сетки для вычисления интеграла $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$

по квадратурной формуле трапеций с точностью $\varepsilon=10^{-4}$.

4. Сколько слагаемых следует взять в разложении подынтегральной функции, чтобы вычислить интеграл

$$I = \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$$

с точностью $\varepsilon=10^{-5}$.

5. Построить алгоритм нахождения корня уравнения

$$x = \operatorname{ctg} x$$

на промежутке $0 < x < \pi/2$ методом Ньютона.

Примерные варианты контрольной №3

Вариант №1

1. Построить алгоритм нахождения корня уравнения

$$x = \cos x$$

на промежутке $0 < x < 1$ методом Ньютона.

2. Методом Эйлера решить задачу Коши с шагом $h = 0.2$:

$$y' = y^2 - x^2, \quad y(0) = 1, \quad 0 \leq x \leq 1$$

3. Методом Гаусса решить систему уравнений

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 6$$

$$3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 4$$

$$4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 6$$

4. Методом прогонки решить краевую задачу с шагом $h = 0.1$:

$$y'' + y = x^2, \quad y(0) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

Вариант №2

1. Построить алгоритм нахождения корня уравнения

$$x - 3 \cdot \operatorname{tg} x = 0$$

на промежутке $0 < x < \pi/2$ методом простой итерации.

2. Методом Эйлера решить задачу Коши с шагом $h = 0.2$:

$$y' = x + x^2 y, \quad y(0) = 1, \quad 0 \leq x \leq 1$$

3. Вычислить детерминант матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Методом прогонки решить краевую задачу с шагом $h = 0.1$:

$$y'' - y + 2e^x = 0, \quad y(0) = y'(0), \quad y(1) + y'(1) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1$$

используя схему второго порядка точности.

Вариант №3

1. Построить алгоритм нахождения корня уравнения

$$x = \operatorname{tg} x$$

на промежутке $0 < x < \pi/2$ методом Ньютона.

2. Методом Эйлера решить задачу Коши с шагом $h = 0.2$:

$$y' = y^2 + \frac{2x}{y}, \quad y(0) = 1, \quad 0 \leq x \leq 1$$

3. Методом Гаусса решить систему уравнений

$$x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 2$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 2$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 3$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3$$

4. Методом прогонки решить краевую задачу с шагом $h = 0.1$:

$$y'' - y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 1, \quad 0 \leq x \leq 1$$

Вариант №4

1. В методе простой итерации условием сходимости является $|\varphi'(x)| \leq q < 1$. При каких значениях q метод простой итерации сходится быстрее, чем метод деления отрезка пополам.

2. Методом Эйлера решить задачу Коши с шагом $h = 0.2$:

$$y' = x^2 + \frac{1}{y}, \quad y(0) = 1, \quad 0 \leq x \leq 1$$

3. Вычислить детерминант матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Методом прогонки решить краевую задачу с шагом $h = 0.1$:

$$y'' + y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 1, \quad 0 \leq x \leq 1$$

Вариант №5

1. Построить алгоритм нахождения корня уравнения

$$x = \operatorname{ctg} x$$

на промежутке $0 < x < \pi/2$ методом Ньютона.

2. Методом Эйлера решить задачу Коши с шагом $h = 0.2$:

$$y' = x - y^2, \quad y(0) = 1, \quad 0 \leq x \leq 1$$

3. Методом Гаусса решить систему уравнений

$$2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4$$

$$4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6$$

$$8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12$$

$$3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6$$

4. Методом прогонки решить краевую задачу с шагом $h = 0.1$:

$$y'' + y = x, \quad y(0) = 0, \quad y(\pi/2) = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

Вариант №6

1. Построить алгоритм нахождения корня уравнения

$$x = \operatorname{ctg} x$$

на промежутке $0 < x < \pi/2$ методом Ньютона.

2. Методом Эйлера решить задачу Коши с шагом $h = 0.2$:

$$y' = x + y^2, \quad y(0) = 1, \quad 0 \leq x \leq 1$$

3. Вычислить детерминант матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Методом прогонки решить краевую задачу с шагом $h = 0.1$:

$$y'' - xy = e^x, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1$$

Шкала оценки этапов текущего контроля:

Баллы за выполнение контрольной выставляются за все решенные задачи. Количество баллов в контрольных точках должно быть не менее 60% от максимального значения.

По результатам выполнения этапа выставляются следующие максимальные оценки:

КР-1 – 15 баллов макс;

КР-2 – 20 баллов макс;

КТ№1 - 35 баллов макс;

КР-3 – 20 баллов макс;

КТ№2 - 20 баллов макс;

Бонусы – 5 баллов макс.

Максимальный итоговый балл текущего контроля по итогам семестра составляет 60 баллов.

6.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Текущий контроль осуществляется два раза в семестр: контрольная точка № 1 (КТ № 1) и контрольная точка № 2 (КТ № 2).

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Вид контроля	Этап рейтинговой системы Оценочное средство	Балл	
		Минимум	Максимум
Текущий	Контрольная точка № 1	22	35
	КР-1	9	15

	КР-2	13	20
	Контрольная точка № 2	13	20
	КР-3	13	20
	Бонусы	0	5
Промежуточный	Экзамен		
	Экзаменационный билет	20(25)*	40
ИТОГО по дисциплине		60	100

** Положительный* ответ студента на **промежуточном** контроле (экзамене или зачете) оценивается рейтинговыми баллами в диапазоне от **20** до **40**. Итоговая положительная оценка должна быть не менее 60 баллов. Следовательно, при минимально допустимом уровне 35 баллов текущего контроля (по сумме баллов двух контрольных точек) ответ считается положительным, если его оценка составляет минимум **25** баллов. Это значение указано в строке «Экзаменационный билет» таблицы во втором столбце.

Определение бонусов и штрафов

Бонусы: поощрительные баллы студент получает к своему рейтингу в конце семестра за активную и регулярную работу на занятиях, за своевременное выполнение контрольных работ.

По Положению бонус (премиальные баллы) не может превышать **5 баллов**.

Штрафы: за несвоевременное выполнение контрольных работ максимальная оценка может быть снижена на 30 %.

Оценка сформированности компетенций на экзамене для тех обучающихся, которые пропускали занятия и не участвовали в проверке компетенций во время изучения дисциплины, проводится после индивидуального собеседования с преподавателем по пропущенным или не усвоенным обучающимся темам с последующей оценкой самостоятельно усвоенных знаний на экзамене.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная учебная литература:

1. Н. Бахвалов, Н. Жидков, Г. Кобельков. Численные методы. М. С-Пб.: Физматлит, 2002. (В библиотеке ИАТЭ имеется 100 экз.)
2. У.Г. Пирумов. Численные методы. М.: Дрофа, 2003. (В библиотеке ИАТЭ имеется 100 экз.)
3. А.А. Шутов. Задачи и упражнения по курсу «Вычислительная математика» (учебное пособие). Обнинск: ИАТЭ, 2005г. (В библиотеке ИАТЭ имеется 100 экз.)
4. А.А. Шутов, В.А. Галкин. Интерполирование функций, численное дифференцирование, численное интегрирование (учебное пособие). Обнинск: ИАТЭ, 2006г. (В библиотеке ИАТЭ имеется 50 экз.)
5. А.А. Шутов, В.А. Галкин. Численное решение трансцендентных уравнений, задач линейной алгебры. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений и краевых задач (учебное пособие). Обнинск: ИАТЭ, 2006г. (В библиотеке ИАТЭ имеется 50 экз.)

б) дополнительная учебная литература:

6. И.С. Березин, Н.П. Жидков. Методы вычислений. Т.1, М.: Наука, 1968.
7. Н.Н. Калиткин. Численные методы. М.: Наука, 1978.
8. Н.С. Бахвалов. Численные методы. М.: Наука, 1975.
9. Е.А. Волков. Численные методы. М.: Наука, 1987.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Вид учебного занятия	Организация деятельности студента
Лекция	Написание конспекта лекций: последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометить важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.
Практические занятия	Проработка рабочей программы, уделяя особое внимание целям и задачам, структуре и содержанию дисциплины. Конспектирование источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы.
Контрольная работа	Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, зарубежные источники, конспект основных положений, терминов, сведений, требующихся для запоминания и являющихся основополагающими в этой теме.
Подготовка к экзамену (зачету)	При подготовке к экзамену (зачету) необходимо ориентироваться на конспекты лекций и рекомендуемую литературу.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

12. Иные сведения и (или) материалы

12.1. Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Часов в интерактивной форме - 16

12.2. Формы организации самостоятельной работы обучающихся (темы, выносимые для самостоятельного изучения; вопросы для самоконтроля; типовые задания для самопроверки)

12.3. Краткий терминологический словарь